Лекция 2
Физические основы изучения электромагнитных волн

1 Электромагнитное поле описывается системой уравнений Максвелла, которая обобщает опытные результаты:

$\mathrm{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (1) – закон Фарадея электромагнитной индукции

$\mathrm{rot}\vec{B} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ (2) – закон Ампера, Био-Савара-Лапласа о связи силы тока с магнитной индукцией

$\mathrm{div}\vec{D}=\rho$ (3) – закон сохранения заряда

$\mathrm{div}\vec{B}=0$ (4) – отсутствие магнитного заряда

$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$ (5) – электрическое поле в веществе

$\vec{B}=\mu\vec{H}$ (6) – магнитное поле в веществе

$\vec{E}, \vec{B}, \vec{D}, \vec{H}$ – соответственно векторы напряженности электрического поля, индукции магнитного поля, индукции электрического поля, напряженности магнитного поля; $\vec{j}$ - плотность тока, ρ - плотность заряда, ε - диэлектрическая непроницаемость, μ - магнитная проницаемость.

Операция дифференцирования «ротор»:

$$\mathrm{rot}\vec{E} = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{pmatrix} = \vec{i}\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right) + \vec{j}\left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right) + \vec{k}\left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right),$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы. (7)

Операция дифференцирования «дивергенция»:

$$\mathrm{div}\vec{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = (\vec{\nabla}\vec{D}) - \text{ скалярное произведение} \quad (8)$$

2 Пусть поле меняется только по x: $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$, $\frac{\partial}{\partial x} \neq 0$, и имеет проекцию E_y, т.е $E_x = E_z = 0$, $E_y \neq 0$.

Берем rot от уравнения (1) в проекциях: $E = (0, E_y, 0)$:

$\mathrm{rotrot}\vec{\mathrm{E}} = -\frac{\partial \mathrm{rot}\vec{B}}{\partial \mathrm{t}}$, $\mathrm{E} = (0, \mathrm{E_y}, 0)$:

$\mathrm{rot}\vec{\mathrm{E}} = \frac{\partial \mathrm{E}}{\partial \mathrm{x}}$, $\quad$ $\mathrm{rot\ rot}\vec{\mathrm{E}} = -\frac{\partial^2 E}{\partial X^2}$

Из уравнений (1) и (2)

$$-\frac{\partial^2 \mathrm{E}}{\partial \mathrm{x}^2} = -\frac{\partial \mathrm{j}}{\partial \mathrm{t}} - \frac{\partial^2 \mathrm{D}}{\partial \mathrm{t}^2} \tag{9}$$

Ищем условие излучения вдали от тока , т.е j=0

С учетом (5)

$$\frac{\partial^2 \mathrm{E}}{\partial \mathrm{x}^2} - \varepsilon \frac{\partial^2 \mathrm{E}}{\partial \mathrm{t}^2} = 0 \tag{10}$$

Решение (10) ищем в виде плоской волны:

$$\mathrm{E} = \mathrm{E}_{\circ} \exp\big(i(\omega \mathrm{t} - \mathrm{kx})\big), \tag{11}$$

где $i = \sqrt{-1}$, ω - частота, k - волновое число, $\mathrm{k} = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ- длина волны. Подставляя (11) в (10) имеем

$$-\mathrm{k}^2\mathrm{E} + \varepsilon\omega^2\mathrm{E} = 0, \quad \frac{\omega^2}{\mathrm{k}^2} = \frac{1}{\varepsilon} = \upsilon^2, \ \ \upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \tag{12}$$

В ваккуме υ = c - скорость света, $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{\circ}}}$, $\varepsilon_{\circ}$-диэлектрическая постоянная ваккума.

3 Найдем зависимость энергии колебания электрона от частоты. По второму закону Ньютона

$\mathrm{m}\ddot{\mathrm{x}} = -\mathrm{eE}$, используя (11):

$$\mathrm{x} = \frac{\mathrm{eE}}{\mathrm{m}\omega^2}\ , \tag{13}$$

Восполнение мощности антенны должно быть $\mathrm{P} = \mathrm{IU} \sim \omega^4$, так как потеря мощности на колебания электрона $\mathrm{x}^2 \sim \omega^{-4}$. Передача сигнала возможна высокими частотами.